Ε Θ Ν Ι Κ Ο Μ Ε Τ Σ Ο Β Ι Ο Π Ο Λ Υ Τ Ε Χ Ν Ε Ι Ο

Σ Χ Ο Λ Η Ε Φ Α Ρ Μ Ο Σ Μ Ε Ν Ω Ν
Μ Α Θ Η Μ Α Τ Ι Κ Ω Ν και Φ Υ Σ Ι Κ Ω Ν Ε Π Ι Σ Τ Η Μ Ω Ν
Τ Ο Μ Ε Α Σ Φ Υ Σ Ι Κ Η Σ

Εξέταση στο μάθημα Φ Υ Σ Ι Κ Η Ι 10 Φεβρουαρίου 2003

Διδάσκοντες: Λ. Απέκης, Ρ. Βλαστού, Κ. Χριστοδουλίδης

Διάρκεια εξέτασης: 2,5 ώρες. Απαντήστε σε όλα τα θέματα. Τα θέματα είναι ισοδύναμα.

Θέμα 1. Σώμα μάζας m κινείται κατά μήκος του άξονα των x. Τη χρονική στιγμή $t=0$ βρίσκεται στο σημείο $x=0$ και έχει ταχύτητα $\upsilon_0\hat{\mathbf{x}}$, όπου $\upsilon_0>0$. Πάνω στο σώμα ασκείται δύναμη τριβής η οποία δίνεται από τη σχέση $F_{\tau\rho}=-k\upsilon^3$, όπου υ είναι η ταχύτητα του σώματος και k μια θετική σταθερά. Καμιά άλλη δύναμη δεν ασκείται πάνω στο σώμα. Να βρεθούν:

(α) Η ταχύτητα $\upsilon(t)$ του σώματος συναρτήσει του χρόνου t.

(β) Η μετατόπιση $x(t)$ του σώματος συναρτήσει του χρόνου t.

Δίνεται: $\displaystyle\int \frac{dt}{\sqrt{a+t}} = 2\sqrt{a+t}+c$.

(γ) Ελέγξετε ότι, για την $\upsilon(t)$ που βρέθηκε, ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας K του σώματος είναι πράγματι ίσος με τον ρυθμό παραγωγής έργου από την τριβή.

Θέμα 2. Σώμα μάζας $m=1\,\text{kg}$ μπορεί να κινείται κατά μήκος του άξονα των x. Η δυναμική του ενέργεια δίνεται από τη συνάρτηση $U(x)=x^2(3-x)$ (σε μονάδες S.I.).

(α) Να σχεδιαστεί η $U(x)$ και να βρεθούν τα σημεία ισορροπίας και το είδος της ισορροπίας στο καθένα.

(β) Να υπολογιστεί η δύναμη που ασκείται στο σώμα και να βρεθεί πού είναι μηδενική, και πού είναι ελκτική ή απωστική ως προς την αρχή Ο.

(γ) Το σώμα αφήνεται ελεύθερο με μηδενική ταχύτητα στη θέση $x=1\,\text{m}$. Να περιγραφεί ποιοτικά η κίνηση που θα ακολουθήσει και να υπολογιστεί η μέγιστη ταχύτητα που θα αποκτήσει το σώμα.

(δ) Με ποια ελάχιστη ταχύτητα πρέπει να εκτοξευθεί το σώμα από τη θέση $x=0$ για να μπορέσει να απομακρυνθεί στο άπειρο;

Θέμα 3. Λεπτή ράβδος μήκους l και μάζας m, ομοιόμορφα κατανεμημένης, μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές περί οριζόντιο σταθερό άξονα κάθετο στη ράβδο, ο οποίος περναέι από το ένα άκρο της Ο. Τη στιγμή $t=0$, ενώ η ράβδος ηρεμεί στην κατακόρυφη θέση, σημειακή μάζα m, η οποία κινείται με οριζόντια ταχύτητα υ, προσκρούει στη ράβδο και ενσωματώνεται στο κέντρο της. Η ταχύτητα της σημειακής μάζας είναι κάθετη στο επίπεδο που ορίζουν ο άξονας περιστροφής και η ράβδος.

(α) Να βρεθεί η στροφορμή L του συστήματος ράβδος-σημειακή μάζα ως προς το Ο, πριν την κρούση, και η γωνιακή ταχύτητα, ω_0, της ράβδου αμέσως μετά την κρούση.

(β) Να βρεθεί η μέγιστη γωνιακή απόκλιση της ράβδου. Ποια είναι η ελάχιστη τιμή της ταχύτητας υ για να εκτελέσει η ράβδος πλήρη περιστροφή;

Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα Ο είναι: $I_{\text{O}}=\frac{1}{3}ml^2$.

$\Rightarrow\Rightarrow\Rightarrow$

Θέμα 4. Ένα διαστημόπλοιο Α απομακρύνεται από τη Γη με ταχύτητα $\upsilon = \frac{3}{4}c$ και εκπέμπει σήματα με συχνότητα $f_0 = 10^4$ Hz, όπως την μετρά κάποιος στο διαστημόπλοιο Α.

(α) Με ποια συχνότητα λαμβάνονται τα σήματα αυτά στη Γη;

(β) Ένα δεύτερο διαστημόπλοιο Β απομακρύνεται από τη Γη με ταχύτητα V, κινούμενο πάνω στην ευθεία Γη-Α. Το διαστημόπλοιο Β προσπερνά το Α. Η σχετική ταχύτητα των δύο διαστημοπλοίων, όπως την μετρά κάποιος που βρίσκεται μέσα σε ένα από τα δύο διαστημόπλοια, έχει μέτρο $\frac{3}{5}c$. Ποια είναι η τιμή του V;

(γ) Ποια είναι η συχνότητα των σημάτων του Α, όπως καταγράφεται στο διαστημόπλοιο Β, (i) όταν αυτό πλησιάζει το διαστημόπλοιο Α και (ii) αφού το έχει προσπεράσει;

(δ) Αν το μήκος ηρεμίας του διαστημοπλοίου Β είναι $L_0 = 50\,\text{m}$, ποιο είναι το μήκος του όπως το μετρά ένας παρατηρητής που βρίσκεται μέσα στο διαστημόπλοιο Α;

Γενικό Τυπολόγιο

$\vec{\mathbf{L}} = M\,\vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{v}}$ $\qquad$ $\vec{\mathbf{N}} = \vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{F}}$ $\qquad$ $\dfrac{d\vec{\mathbf{L}}}{dt} = \vec{\mathbf{N}}$

<u>Σχετικιστική Κινηματική:</u>

Αν ένα σύστημα αναφοράς S' κινείται με ταχύτητα V ως προς ένα σύστημα αναφοράς S, τότε:

$$x' = \gamma\left(x - Vt\right) \qquad y' = y \qquad z' = z \qquad t' = \gamma\left(t - \frac{V}{c^2}x\right) \qquad \beta \equiv \frac{V}{c} \qquad \gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$\Delta l = \Delta l_0 / \gamma \qquad \Delta t = \gamma\,\Delta t_0 \qquad \upsilon'_x = \frac{\upsilon_x - V}{1 - \frac{\upsilon_x V}{c^2}}, \qquad \upsilon'_y = \frac{\upsilon_y}{\gamma\left(1 - \frac{\upsilon_x V}{c^2}\right)}, \qquad \upsilon'_z = \frac{\upsilon_z}{\gamma\left(1 - \frac{\upsilon_x V}{c^2}\right)}.$$

Φαινόμενο Doppler: $\qquad f = f_0\sqrt{\dfrac{1-\beta}{1+\beta}}$

<u>Σχετικιστική Δυναμική:</u>

$$m_0 = m(0) \qquad p = \gamma m_0 \upsilon \qquad E = \gamma m_0 c^2 \qquad m = \gamma m_0 \qquad E^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2$$